

**Міністерство освіти і науки України**  
Львівський національний університет природокористування  
Факультет механіки, енергетики та інформаційних технологій  
Кафедра інформаційних технологій



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Чисельні методи

(назва навчальної дисципліни)

спеціальність 122 «Комп'ютерні науки»

(шифр і назва спеціальності)

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

(рівень освіти)

Львів 2024

Робоча програма навчальної дисципліни «Чисельні методи» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Комп'ютерні науки» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»

Розробники: Пташник Вадим Вікторович, доцент, к.т.н.

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій

Протокол № 1 від “12” серпня 2024 року

Завідувач кафедри інформаційних технологій  (А. М. Тригуба)

Робочу програму схвалено на засіданні методичної комісії факультету механіки, енергетики та інформаційних технологій

Протокол № 1 від “29” серпня 2024 року

Голова методичної комісії факультету  (С. Й. Ковалишин)

## 1. Опис навчальної дисципліни

**Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти**

Галузь знань 12 «Інформаційні технології»

Спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»

Освітня програма «Комп'ютерні науки»

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)

Характеристика навчальної дисципліни: обов'язковий компонент ОП

Кількість кредитів: 8

Загальна кількість годин: 240

Вид контролю: іспит

Тижневих аудиторних годин для денної форми навчання: 3

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить (%):

для денної форми навчання – 60 %.

для заочної форми навчання – 20 %.

## 2. Програма навчальної дисципліни

### Розділ 1. Елементи теорії похибок.

Тема 1. Види похибок та їх джерела.

Тема 2. Наближені дані та округлення чисел. Похибки заокруглення.

Тема 3. Похибки функцій.

### Розділ 2. Наближене розв'язування нелінійних рівнянь та їх систем.

Тема 4. Метод поділу навпіл (бісекції).

Тема 5. Метод простих ітерацій.

Тема 6. Методи Ньютона (дотичних), січних (хорд) та комбінований метод.

Тема 7. Метод простих ітерацій для системи рівнянь.

Тема 8. Метод Ньютона для системи рівнянь.

### Розділ 3. Наближене розв'язування систем лінійних рівнянь.

Тема 9. Метод Гаусса та метод Гаусса з вибором головного елемента.

Тема 10. Схема Халецького.

Тема 11. Метод простих ітерацій.

Тема 12. Метод Зейделя.

### Розділ 4. Наближення функцій.

Тема 13. Постановка задачі наближення функцій.

Тема 14. Метод апроксимації найменшими квадратами.

Тема 15. Наближення сплайнами.

Тема 16. Інтерполяційний многочлен Лагранжа.

Тема 17. Інтерполяційний многочлен Ньютона (для рівновіддалених та нерівновіддалених вузлів).

Тема 18. Обернене інтерполювання.

### Розділ 5. Наближене диференціювання.

Тема 19. Постановка задачі наближеного диференціювання.

Тема 20. Методи наближеного диференціювання.

### Розділ 6. Наближене інтегрування.

Тема 21. Метод прямокутників.

Тема 22. Метод трапецій.

Тема 23. Метод Сімпсона.

Тема 24. Метод Гауса.

**Розділ 7. Методи мінімізації функцій.**

Тема 25. Метод золотого перетину.

Тема 26. Метод градієнтного спуску.

Тема 27. Метод штрафних функцій.

**Розділ 8. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (задача Коші).**

Тема 28. Методи Рунге-Кутта.

Тема 29. Аналітичні методи.

Тема 30. Різницеві методи.

**Розділ 9. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (крайова задача).**

Тема 31. Балістичний метод.

Тема 32. Метод скінченних різниць.

Тема 33. Метод прогонки.

**3. Структура навчальної дисципліни**

Назви тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с.р.		л	п	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Рік підготовки 1 Семестр 2						Рік підготовки 1 Семестр 2					
<b>Розділ 1. Елементи теорії похибок</b>												
Тема 1.	4	1		1		2	4	1		0		3
Тема 2.	4	1		1		2	4	1		0		3
Тема 3.	4	0		2		2	4	0		2		2
<b>Розділ 2. Наближене розв'язування нелінійних рівнянь та їх систем</b>												
Тема 4.	5	1		2		2	5	0		1		4
Тема 5.	5	1		2		2	5	1		1		3
Тема 6.	8	2		4		2	8	0		0		8
Тема 7.	5	1		2		2	5	0		0		5
Тема 8.	5	1		2		2	5	0		0		5
<b>Розділ 3. Наближене розв'язування систем лінійних рівнянь</b>												
Тема 9.	5	1		2		2	5	0		1		4
Тема 10.	5	1		2		2	5	1		0		4
Тема 11.	5	1		2		2	5	0		1		4
Тема 12.	5	1		2		2	5	0		0		5
<b>Розділ 4. Наближення функцій</b>												
Тема 13.	5	0		1		4	5	1		0		4
Тема 14.	5	1		1		3	5	0		0		5
Тема 15.	5	1		2		2	5	0		0		5
Тема 16.	5	1		2		2	5	1		1		3
Тема 17.	5	1		1		3	5	0		1		4
Тема 18.	5	0		1		4	5	0		0		5

Іспит	30	0		0		30	30	0		0		30
Разом за семестр	120	16		32		72	120	6		8		106

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Рік підготовки 2 Семестр 1						Рік підготовки 2 Семестр 1						
<b>Розділ 5. Наближене диференціювання</b>												
Тема 19.	6	1		0		5	6	1		1		4
Тема 20.	6	1		2		3	6	1		1		4
<b>Розділ 6. Наближене інтегрування</b>												
Тема 21.	6	1		2		3	6	1		1		4
Тема 22.	6	1		2		3	6	1		1		4
Тема 23.	6	1		2		3	6	1		0		5
Тема 24.	6	1		2		3	6	1		2		3
<b>Розділ 7. Методи мінімізації функцій</b>												
Тема 25.	6	1		2		3	6	0		2		4
Тема 26.	6	1		2		3	6	1		0		5
Тема 27.	6	0		2		4	6	0		0		6
<b>Розділ 8. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (задача Коші)</b>												
Тема 28.	6	1		2		3	6	1		2		3
Тема 29.	6	1		2		3	6	1		0		5
Тема 30.	6	1		2		3	6	0		2		4
<b>Розділ 9. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (крайова задача)</b>												
Тема 31.	6	1		2		3	6	1		0		5
Тема 32.	6	1		2		3	6	1		2		3
Тема 33.	6	1		2		3	6	1		0		5
Іспит	30	0		0		30	30	0		0		30
Разом за семестр	120	14		28		78	120	12		14		94
<b>Усього</b>	240	30		60		150	240	18		22		200

#### 4. Теми лабораторних занять (заочна форма)

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Дослідження похибок функцій	2
2	Методи розв'язування нелінійних рівнянь	2
3	Методи розв'язування систем лінійних рівнянь	2
4	Інтерполяція функцій	2
	Разом за семестр	8
8	Методи наближеного диференціювання	2
9	Методи наближеного інтегрування	2
10	Наближене інтегрування методом Гауса	2
11	Методи мінімізації функцій	2
12	Наближене розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь: ітераційні методи.	2

13	Наближене розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь: різницеві методи.	2
14	Наближене розв'язання крайової задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь	2
	Разом за семестр	14
	Усього	22

### 5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Дослідження похибок чисел та похибок заокруглення	2
2	Дослідження похибок функцій	2
3	Розв'язування нелінійних рівнянь методом поділу навпіл	2
4	Розв'язування нелінійних рівнянь методом простих ітерацій	2
5	Розв'язування нелінійних рівнянь методом Ньютона	2
6	Розв'язування нелінійних рівнянь методом січних та метод хорд	2
7	Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом простих ітерацій	2
8	Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Ньютона	2
9	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гауса та методом Гауса з вибором головного елемента	2
10	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Халецького	2
11	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом простих ітерацій	2
12	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Зейделя	2
13	Апроксимація функцій методом найменших квадратів	2
14	Наближення функцій сплайнами	2
15	Інтерполяція функцій методом Лагранжа	2
16	Інтерполяція функцій методом Ньютона	2
	Разом за семестр	32
17	Наближене розв'язування диференціальних рівнянь	2
18	Наближене інтегрування методом прямокутників	2
19	Наближене інтегрування методом трапецій	2
20	Наближене інтегрування методом Сімпсона	2
21	Наближене інтегрування методом Гауса	2
22	Мінімізація функції методом золотого перетину	2
23	Мінімізація функції методом градієнтного спуску	2
24	Мінімізація функції методом штрафних функцій	2
25	Розв'язування задачі Коші для диференціального рівняння методом Рунге-Кутта	2
26	Розв'язування задачі Коші для диференціального рівняння аналітичним методом	2
27	Розв'язування задачі Коші для диференціального рівняння різницевим методом	2
28	Розв'язування крайової задачі для диференціального рівняння балістичним методом	2
29	Розв'язування крайової задачі для диференціального рівняння методом скінченних різниць	2

30	Розв'язування крайової задачі для диференціального рівняння методом прогонки	2
	Разом за семестр	28
	Усього	60

#### 6. Теми, питання та завдання винесені на самостійне вивчення

№ з/п	Назва теми
1	Математична модель системи (процесу)
2	Базові типи математичних задач
3	Чисельні методи. Рекурсивність алгоритму чисельних методів
4	Критерії, за якими розрізняють чисельні методи.
5	Параметри, які характеризують чисельні методи
6	Похибки обчислень. Джерела їх виникнення
7	Частини процедур чисельних методів
8	Стійкість та коректність задачі
9	Точні методи та методи послідовних наближень
10	Метод хорд, дотичних, комбінований метод
11	Задача наближення
12	Вузли інтерполяції. Визначник Вандермонда
13	Чисельне диференціювання
14	Формула наближеного диференціювання
15	Похибка інтерполяції. Похибка у вузлах інтерполяції
16	Типи формул диференціювання. Точність формули
17	Похибка інтегрування. Точність методів інтегрування
18	Інтерполяційний многочлен
19	Чисельний підхід в обчислюванні інтегралів
20	Залишкові члени формул чисельного інтегрування
21	Типи оптимізаційних задач, їх розв'язків та їх практичне застосування

#### 7. Методи навчання

- 1. Словесні методи** (лекція, пояснення, зокрема у режимі відео конференції).
- 2. Наочні методи**  
– ілюстрація (малюнки, таблиці, схеми, моделі тощо),  
– демонстрування засобу демонстрування: навчальний фільм, презентація.
- 3. Практичні методи:** лабораторні та практичні роботи, вправи.

#### 8. Методи контролю:

- 1. Усне опитування** (фронтальне, індивідуальне).
  - 2. Письмова аудиторна та позааудиторна перевірка** (рішення задач і прикладів, підготовка різних відповідей, рефератів, контрольні роботи (з конкретних питань тощо).
  - 3. Практична перевірка** (виконання практичної роботи, онлайн моделювання, аналіз виробничої інформації, рішення професійних завдань).
  - 4. Стандартизований контроль** (письмовий іспит або тести).
- Види контролю:* Поточний контроль, проміжна атестація, підсумкова атестація.

### 9. Очікувані результати навчання з дисципліни

У результаті засвоєння окремих тем з дисципліни «Чисельні методи» здобувачі першого (бакалаврського) рівня вищої освіти набувають знання, уміння та компетентності, що відповідають вимогам ОП «Комп'ютерні науки» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки».

Індекс в матриці ОПП	Програмні компоненти
СК1	Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування
СК4	Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач
ПРН6	Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів
ПРН17	Виконувати паралельні та розподілені обчислення, застосовувати чисельні методи та алгоритми для паралельних структур, мови паралельного програмування при розробці та експлуатації паралельного та розподіленого програмного забезпечення
ПРН18	Застосовувати знання для розв'язання складних спеціалізованих завдань інтелектуальної комп'ютеризації у сфері природокористування та інтелектуального аналізу даних в процесі професійної діяльності, в тому числі щодо оцінки стану біологічних об'єктів та виконання процесів природокористування на підставі застосування сучасних методів, моделей, алгоритмів машинного навчання та штучних нейронних мереж

### 10. Розподіл балів, які отримують студенти

#### Політика оцінювання

Політика щодо дедлайнів та перескладання: Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (75% від можливої максимальної кількості балів). Перескладання проміжних модулів відбувається за наявності поважних причин (наприклад, лікарняний).

Політика щодо академічної доброчесності: Списування під час тестування, виконання контрольних робіт або підсумкового контролю заборонені (в т.ч. із використанням



мобільних девайсів). Мобільні пристрої дозволяється технічно використовувати лише під час он-лайн тестування та підготовки практичних завдань.

### Оцінювання

Остаточна оцінка за кожен семестр розраховується окремо наступним чином: поточний контроль оцінюється в 50 балів, та складається із двох модулів. В суму балів кожного модуля входять бали за підготовку, виконання та захисту практичних робіт згідно з таблицею. Підсумковий контроль оцінюється в 50 балів.

#### Для денної форми навчання (перший семестр)

Поточне тестування та самостійна робота (разом 100 балів)											
розділ 1			розділ 2					розділ 3			
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Поточне тестування та самостійна робота							Сума				
розділ 4						Іспит	100				
T13	T14	T15	T16	T17	T18	50					
3	3	3	3	3	2						

#### Для заочної форми навчання (перший семестр)

Поточне тестування та самостійна робота (разом 100 балів)											
розділ 1			розділ 2					розділ 3			
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
0	0	10	5	5	0	0	0	10	0	10	0
Поточне тестування та самостійна робота							Сума				
розділ 4						Іспит	100				
T13	T14	T15	T16	T17	T18	50					
0	0	0	5	5	0						

#### Для денної форми навчання (другий семестр)

Поточне тестування та самостійна робота (разом 50 балів)														І	С	
														с	у	
														п	ма	
														и		
														т		
розділ 5	розділ 6					розділ 7			розділ 8			розділ 9			50	100
T19	T20	T21	T22	T23	T24	T25	T26	T27	T28	T29	T30	T31	T32	T33		
0	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	4	4		

#### Для заочної форми навчання (другий семестр)

Поточне тестування та самостійна робота (разом 50 балів)														І	С
														с	у
														п	ма
														и	
														т	

розділ 5		розділ 6				розділ 7			розділ 8			розділ 9			5 0	1 0 0
T19	T20	T21	T22	T23	T24	T25	T26	T27	T28	T29	T30	T31	T32	T33		
5	5	5	5	0	6	6	0	0	6	0	6	0	6	0		

T1, T2 ... T33 – теми

### 11. Методичне забезпечення

Підручники і навчальні посібники; інструктивно-методичні матеріали до лабораторних занять; контрольні роботи; текстові та електронні варіанти тестів для поточного і підсумкового контролю, методичні матеріали для організації самостійної роботи студентів.

### 12. Рекомендована література

#### Базова

1. Литвинов А. Л. Чисельні методи: теорія і практика : навч. посіб. – Харків: Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова, 2022. – 166 с.
2. Волонтир Л. О, Зелінська О. В., Потапова Н. А., Чіков І. А. Чисельні методи: навчальний посібник. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.
3. Кушнірук Я. В., Бондаренко М. І. Чисельні методи: теорія та практика: навчальний посібник. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2019. – 416 с.
4. Степанюк І. О. Чисельні методи: навчальний посібник. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2017. – 356 с.
5. Програмування числових методів мовою Python : підруч. / А. В. Анісімов, А. Ю. Дорошенко, С. Д. Погорілий, Я. Ю. Дорогий; за ред. А. В. Анісімова. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2013. – 643 с.

#### Допоміжна

6. Тарасенко А. Ю., Ковальчук Ю. М., Співак М. І. Чисельні методи: навчальний посібник. - Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2020. - 360 с.
7. Грабовський В. І., Грабовська І. В. Чисельні методи та математичне моделювання: навчальний посібник. – Київ: ВПЦ "Київський університет", 2021. – 272 с.
8. Фельдман Л. П., Петренко А. І., Дмитрієва О. А. Чисельні методи в інформатиці. – Київ: Вид. група ВНУ, 2016. – 480 с.
9. Приймак О.В., Яковлева І.О., Капустян Ю.М. Чисельні методи математичного моделювання: навчальний посібник. – Харків: Видавничий центр "Академія", 2019. – 284 с.
10. Puleko I., Svintsytska O., Chumakevych V., Ptashnyk V., Polishchuk Y. The Scalar Metric of Classification Algorithm Choice in Machine Learning Problems Based on the Scheme of Nonlinear Compromises. Computational Linguistics and Intelligent Systems: CEUR Workshop Proceedings, 2022. Vol. 3171. P. 1066-1075.
11. Chumakevych V., Dyyak I., Chumakevych V., Puleko I. Ptashnyk V. Approach to solve the problems of filtration and extrapolation in the construction of functionally stable stochastic systems with delay. Computational Linguistics and Intelligent Systems: CEUR Workshop Proceedings, 2021. Vol. 2870. P. 937-947.

### 13. Інформаційні ресурси

1. Бібліотечно-інформаційні ресурси— книжковий фонд, періодика та фонди на електронних носіях бібліотеки ЛНУП, державних органів науково-технічної інформації, наукових, науково-технічних бібліотек та інших наукових бібліотек України.
2. Онлайн курси:
  - Електронний курс «Чисельні методи» Режим доступу: <http://lib.mdpu.org.ua/e-book/chislmetod/index.html>.
  - Числові методи на MathCad. Режим доступу: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/tarasevich/default.asp>.
  - "Numerical Methods for Engineers" від Массачусетського технологічного інституту. Режим доступу: <https://www.edx.org/course/numerical-methods-for-engineers>
  - "Applied Numerical Methods with MATLAB" від Університету Остіна. Режим доступу: <https://www.edx.org/course/applied-numerical-methods-with-matlab>
  - "Numerical Methods in Engineering" від Університету Берклі. Режим доступу: <https://www.edx.org/course/numerical-methods-in-engineering>
  - "Numerical Methods for Partial Differential Equations" від Університету Х'юстона. Режим доступу: <https://www.coursera.org/learn/numerical-methods-pdes>
  - "Numerical Methods for Computational Fluid Dynamics" від Індійського інституту технологій Мадрасу. Режим доступу: <https://nptel.ac.in/courses/112/106/112106189/Quick-R> – Режим доступу: <http://www.statmethods.net/index.html>
  - Онлайн курс R Site Search Режим доступу: <http://finzi.psych.upenn.edu/nmz.html>
3. Youtube-канали:
  - "Numericalmethodsguy": <https://www.youtube.com/user/numericalmethodsguy>
  - "NumericalMethodsGuy": <https://www.youtube.com/user/NumericalMethodsGuy>
  - "Edureka": <https://www.youtube.com/user/edurekaIN>
  - "MathWorks": <https://www.youtube.com/user/MATLAB>