

# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет природокористування  
Факультет механіки, енергетики та інформаційних технологій  
Кафедра інформаційних технологій



## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### ЧИСЛОВІ МЕТОДИ

спеціальність 151 «Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології»  
перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

Львів 2023 р.

Робоча програма із дисципліни «Числові методи» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОП «Комп'ютерні науки» спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».

Розробник: Шувар Богдан Іванович

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри «Інформаційних технологій».

Протокол: №1 від 28 серпня 2023 року.

Завідувач кафедри Інформаційних технологій



(підпис)

(Тригуба А.М.)

(прізвище та ініціали)

Робочу програму схвалено на засіданні методичної комісії (ради) факультету механіки, енергетики та інформаційних технологій.

Протокол: №1 від 30 серпня 2023 року.

Голова методичної комісії факультету механіки, енергетики та інформаційних технологій.



(підпис)

(Ковалишин С.Й.)

(прізвище та ініціали)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти

Галузь знань 15 - «Автоматизація та приладобудування»

Спеціальність 151 - «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Освітня програма «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)

Характеристика навчальної дисципліни: Обов'язкова

Кількість кредитів – 7

Загальна кількість годин – 210

Вид контролю: залік та іспит

Тижневих аудиторних годин для денної форми навчання – 3

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить (%):

для денної форми навчання – 75 %.

для заочної форми навчання – 6 %.

## 2. Програма навчальної дисципліни

### Розділ 1. Елементи теорії похибок.

Тема 1. Види похибок та їх джерела.

Тема 2. Наближені дані та округлення чисел. Похибки заокруглення.

Тема 3. Похибки функцій.

### Розділ 2. Наближене розв'язування нелінійних рівнянь та їх систем.

Тема 4. Метод поділу навпіл (бісекції).

Тема 5. Метод простих ітерацій.

Тема 6. Методи Ньютона (дотичних), січних (хорд) та комбінований метод.

Тема 7. Метод простих ітерацій для системи рівнянь.

Тема 8. Метод Ньютона для системи рівнянь.

### Розділ 3. Наближене розв'язування систем лінійних рівнянь.

Тема 9. Метод Гауса та метод Гауса з вибором головного елемента.

Тема 10. Схема Халецького.

Тема 11. Метод простих ітерацій.

Тема 12. Метод Зейделя.

### Розділ 4. Наближення функцій.

Тема 13. Постановка задачі наближення функцій.

Тема 14. Метод апроксимації найменшими квадратами.

Тема 15. Наближення сплайнами.

Тема 16. Інтерполяційний многочлен Лагранжа.

Тема 17. Інтерполяційний многочлен Ньютона (для рівновіддалених та нерівновіддалених вузлів).

Тема 18. Обернене інтерполювання.

### Розділ 5. Наближене диференціювання.

Тема 19. Постановка задачі наближеного диференціювання.

Тема 20. Методи наближеного диференціювання.

### Розділ 6. Наближене інтегрування.

Тема 21. Метод прямокутників.

Тема 22. Метод трапецій.

Тема 23. Метод Сімпсона.

Тема 24. Метод Гауса.

### Розділ 7. Методи мінімізації функцій.

Тема 25. Метод золотого перетину.

Тема 26. Метод градієнтного спуску.

Тема 27. Метод штрафних функцій.

### Розділ 8. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (задача Коші).

Тема 28. Методи Рунге-Кутта.

Тема 29. Аналітичні методи.

Тема 30. Різницеві методи.

### Розділ 9. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (крайова задача).

Тема 31. Балістичний метод.

Тема 32. Метод скінченних різниць.

Тема 33. Метод прогонки.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с.р.		Л	п	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Рік підготовки 1 Семестр 2						Рік підготовки 1 Семестр 2					
<b>Розділ 1. Елементи теорії похибок</b>												
Тема 1.	4	1		1		2	4			0		4
Тема 2.	4	1		1		2	4			0		4
Тема 3.	4	0		2		2	4			0		4
<b>Розділ 2. Наближене розв'язування нелінійних рівнянь та їх систем</b>												
Тема 4.	5	1		2		2	5			1		4
Тема 5.	5	1		2		2	5			1		4
Тема 6.	8	2		4		2	8			0		8
Тема 7.	5	1		2		2	5			0		5
Тема 8.	5	1		2		2	5			0		5
<b>Розділ 3. Наближене розв'язування систем лінійних рівнянь</b>												
Тема 9.	5	1		2		2	5			1		4
Тема 10.	5	1		2		2	5			0		5
Тема 11.	5	1		2		2	5			1		4
Тема 12.	5	1		2		2	5			0		5
<b>Розділ 4. Наближення функцій</b>												
Тема 13.	5	0		0		5	5			2		3
Тема 14.	5	1		2		2	5			0		5
Тема 15.	5	1		2		2	5			0		5
Тема 16.	5	1		2		2	5			0		5

Тема 17.	5	1		2		2	5			0		5
Тема 18.	5	0		0		5	5			0		5
Разом за семестр	90	16		32		42	90			6		84

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Рік підготовки 2 Семестр 1						Рік підготовки 2 Семестр 1					
<b>Розділ 5. Наближене диференціювання</b>												
Тема 19.	6	1		0		5	6			1		5
Тема 20.	6	1		2		3	6			1		5
<b>Розділ 6. Наближене інтегрування</b>												
Тема 21.	6	1		2		3	6			1		5
Тема 22.	6	1		2		3	6			1		5
Тема 23.	6	1		2		3	6			0		6
Тема 24.	6	1		2		3	6			0		6
<b>Розділ 7. Методи мінімізації функцій</b>												
Тема 25.	6	1		2		3	6			2		4
Тема 26.	6	1		2		3	6			0		6
Тема 27.	6	0		2		4	6			0		6
<b>Розділ 8. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (задача Коші)</b>												
Тема 28.	6	1		2		3	6			0		6
Тема 29.	6	1		2		3	6			0		6
Тема 30.	6	1		2		3	6			0		6
<b>Розділ 9. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (крайова задача)</b>												
Тема 31.	6	1		2		3	6			0		6
Тема 32.	6	1		2		3	6			0		6
Тема 33.	6	1		2		3	6			0		6
Іспит	30	0		0		0	30			0		30
Разом за семестр	120	14		28		78	120			6		114
<b>Усього</b>	<b>210</b>	<b>30</b>		<b>60</b>		<b>120</b>	<b>210</b>			<b>12</b>		<b>198</b>

#### 4. Теми лабораторних занять (заочна форма)

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Методи розв'язування нелінійних рівнянь	2
2	Методи розв'язування систем лінійних рівнянь	2
3	Апроксимація та інтерполяція функцій	2
	Разом за семестр	6
4	Методи наближеного диференціювання	2
5	Методи наближеного інтегрування	2
6	Методи мінімізації функцій	2
	Разом за семестр	6
	<b>Усього</b>	<b>12</b>

### 5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Дослідження похибок чисел та похибок заокруглення	2
2	Дослідження похибок функцій	2
3	Розв'язування нелінійних рівнянь методом поділу навпіл	2
4	Розв'язування нелінійних рівнянь методом простих ітерацій	2
5	Розв'язування нелінійних рівнянь методом Ньютона для нелінійних рівнянь	2
6	Розв'язування нелінійних рівнянь методом січних та метод хорд	2
7	Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом простих ітерацій	2
8	Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Ньютона	2
9	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гауса та методом Гауса з вибором головного елемента	2
10	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Халецького	2
11	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом простих ітерацій	2
12	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Зейделя	2
13	Апроксимація функцій методом найменших квадратів	2
14	Наближення функцій сплайнами	2
15	Інтерполяція функцій методом Лагранжа	2
16	Інтерполяція функцій методом Ньютона	2
	Разом за семестр	32
17	Наближене розв'язування диференціальних рівнянь	2
18	Наближене інтегрування методом прямокутників	2
19	Наближене інтегрування методом трапецій	2
20	Наближене інтегрування методом Сімпсона	2
21	Наближене інтегрування методом Гауса	2
22	Мінімізація функції методом золотого перетину	2
23	Мінімізація функції методом градієнтного спуску	2
24	Мінімізація функції методом штрафних функцій	2
25	Розв'язування задачі Коші для диференціального рівняння методом Рунге-Кутта	2
26	Розв'язування задачі Коші для диференціального рівняння аналітичним методом	2
27	Розв'язування задачі Коші для диференціального рівняння різницеvim методом	2
28	Розв'язування крайової задачі для диференціального рівняння балістичним методом	2
29	Розв'язування крайової задачі для диференціального рівняння методом скінченних різниць	2
30	Розв'язування крайової задачі для диференціального рівняння методом прогонки	2
	Разом за семестр	28
	Усього	60

### 6. Теми, питання та завдання винесені на самостійне вивчення

№ з/п	Назва теми
1	Математична модель системи (процесу)
2	Базові типи математичних задач
3	Чисельні методи. Рекурсивність алгоритму чисельних методів
4	Критерії, за якими розрізняють чисельні методи.
5	Параметри, які характеризують чисельні методи
6	Похибки обчислень. Джерела їх виникнення
7	Частини процедур чисельних методів
8	Стійкість та коректність задачі
9	Точні методи та методи послідовних наближень
10	Метод хорд, дотичних, комбінований метод
11	Задача наближення
12	Вузли інтерполяції. Визначник Вандермонда
13	Чисельне диференціювання
14	Формула наближеного диференціювання
15	Похибка інтерполяції. Похибка у вузлах інтерполяції
16	Типи формул диференціювання. Точність формули
17	Похибка інтегрування. Точність методів інтегрування
18	Інтерполяційний многочлен
19	Чисельний підхід в обчислюванні інтегралів
20	Залишкові члени формул чисельного інтегрування
21	Типи оптимізаційних задач, їх розв'язків та їх практичне застосування

### 7. Методи навчання

**1. Словесні методи** (лекція, пояснення, зокрема у режимі відео конференції).

**2. Наочні методи**

– ілюстрація (малюнки, таблиці, схеми, моделі тощо),

– демонстрування засобу демонстрування: навчальний фільм, презентація.

**3. Практичні методи:** практичні роботи, вправи.

### 8. Методи контролю:

**1. Усне опитування** (фронтальне, індивідуальне).

**2. Письмова аудиторна та поза аудиторна перевірка** (індивідуальну та колективне рішення задач і прикладів, підготовка теоретичних відповідей, рефератів, контрольні роботи (з конкретних питань тощо)).

**3. Практична перевірка** (виконання практичної роботи, виконання розрахункової роботи).

**4. Стандартизований контроль** (письмовий іспит або тести).

*Види контролю:* Поточний контроль, проміжна атестація, підсумкова атестація.

### 9. Очікувані результати навчання з дисципліни

У результаті засвоєння окремих тем із дисципліни «Числові методи» здобувачі першого (бакалаврського) рівня вищої освіти набувають знання, уміння та компетентності, що

відповідають вимогам ОП «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».

Індекс в матриці ОП	Програмні компоненти
ФК01	Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації
ФК04	Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій
ПРН01	Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації
ПРН06	Вміти застосовувати методи системного аналізу, моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних та імітаційних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій

### 10. Розподіл балів, які отримують студенти

*Для денної форми навчання (перший семестр)*

Поточне тестування та самостійна робота (разом 100 балів)											
розділ 1			розділ 2					розділ 3			
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
4	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Поточне тестування та самостійна робота							Сума				
розділ 4						100					
T13	T14	T15	T16	T17	T18						
6	6	6	6	6	0						

*Для заочної форми навчання (перший семестр)*

Поточне тестування та самостійна робота (разом 100 балів)											
розділ 1			розділ 2					розділ 3			
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
0	0	0	20	20	0	0	0	20	20	0	0
Поточне тестування та самостійна робота							Сума				
розділ 4						100					
T13	T14	T15	T16	T17	T18						
20	0	0	0	0	0						



*Для денної форми навчання (другий семестр)*

Поточне тестування та самостійна робота (разом 50 балів)														І с п и т	С у м а	
розділ 5		розділ 6				розділ 7			розділ 8			розділ 9			5 0	1 0 0
T1 9	T2 0	T21	T22	T23	T2 4	T25	T26	T27	T28	T29	T30	T31	T32	T33		
0	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	4	4		

*Для заочної форми навчання (другий семестр)*

Поточне тестування та самостійна робота (разом 50 балів)														І с п и т	С у м а	
розділ 5		розділ 6				розділ 7			розділ 8			розділ 9			5 0	1 0 0
T1 9	T2 0	T21	T22	T23	T2 4	T25	T26	T27	T28	T29	T30	T31	T32	T33		
0	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	4	4		

T1, T2 ... T33 – теми

### 11. Методичне забезпечення

Підручники і навчальні посібники; інструктивно-методичні матеріали до практичних занять; завдання до розрахункових робіт; контрольні роботи; текстові та електронні варіанти тестів для поточного і підсумкового контролю, методичні матеріали для організації самостійної роботи студентів.

### 12. Рекомендована література

#### Базова

1. Програмування числових методів мовою Python : підруч. / А. В. Анісімов, А. Ю. Дорошенко, С. Д. Погорілий, Я. Ю. Дорогий ; за ред. А. В. Анісімова. – К. : Видавничополіграфічний центр "Київський університет", 2014. – 640 с.
2. Кушнірук Я.В., Бондаренко М.І. Чисельні методи: теорія та практика: навчальний посібник. - Київ: ВПЦ "Київський університет", 2019. - 416 с.
3. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. – К.: Вид. група ВНУ, 2016. – 480 с.
4. Степанюк І.О. Чисельні методи. Навчальний посібник. - Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2017. – 356 с.
5. Кушнірук Я.В., Бондаренко М.І. Чисельні методи: теорія та практика: навчальний посібник. - Київ: ВПЦ "Київський університет", 2019. – 416 с.

### Допоміжна

6. Кушнірук Я.В., Бондаренко М.І. Чисельні методи: теорія та практика: навчальний посібник. - Київ: ВПЦ "Київський університет", 2019. - 416 с.
7. Приймак О.В., Яковлева І.О., Капустян Ю.М. Чисельні методи математичного моделювання: навчальний посібник. - Харків: Видавничий центр "Академія", 2019. - 284 с.
8. Тарасенко А.Ю., Ковальчук Ю.М., Співак М.І. Чисельні методи: навчальний посібник. - Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2020. - 360 с.
9. Грабовський В.І., Грабовська І.В. Чисельні методи та математичне моделювання: навчальний посібник. - Київ: ВПЦ "Київський університет", 2021. - 272 с.
10. Ліпунов А.Н., Третьяков А.Н. Численные методы в физике: учебное пособие. - Київ: Вища школа, 2021. - 448 с.

### 13. Інформаційні ресурси

1. Бібліотечно-інформаційні ресурси— книжковий фонд, періодика та фонди на електронних носіях бібліотеки ЛНУП, державних органів науково-технічної інформації, наукових, науково-технічних бібліотек та інших наукових бібліотек України.
2. Онлайн курси:  
Електронний курс «Чисельні методи» 2020 р. Режим доступу: <http://lib.mdpu.org.ua/e-book/chislmetod/index.html>.  
Числові методи на MathCad. Режим доступу: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/tarasevich/default.asp>.  
"Numerical Methods for Engineers" від Массачусетського технологічного інституту. Режим доступу: <https://www.edx.org/course/numerical-methods-for-engineers>  
"Applied Numerical Methods with MATLAB" від Університету Остіна. Режим доступу: <https://www.edx.org/course/applied-numerical-methods-with-matlab>  
"Numerical Methods in Engineering" від Університету Берклі. Режим доступу: <https://www.edx.org/course/numerical-methods-in-engineering>  
"Numerical Methods for Partial Differential Equations" від Університету Х'юстона. Режим доступу: <https://www.coursera.org/learn/numerical-methods-pdes>  
"Numerical Methods for Computational Fluid Dynamics" від Індійського інституту технологій Мадрасу. Режим доступу: <https://nptel.ac.in/courses/112/106/112106189/>  
Quick-R – Режим доступу: <http://www.statmethods.net/index.html>  
Онлайн курс R Site Search Режим доступу: <http://finzi.psych.upenn.edu/nmz.html>
3. Youtube-канали:  
"Numericalmethodsguy": <https://www.youtube.com/user/numericalmethodsguy>  
"NumericalMethodsGuy": <https://www.youtube.com/user/NumericalMethodsGuy>  
"Edureka": <https://www.youtube.com/user/edurekaIN>  
"MathWorks": <https://www.youtube.com/user/MATLAB>