

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет природокористування  
Факультет механіки, енергетики та інформаційних технологій  
Кафедра фізики та інженерної механіки  
**СИЛАБУС**  
**НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**«ЧИСЛОВІ МЕТОДИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ»**

**ВИКЛАДАЧ**

**Семерак Віктор Михайлович**

Електронна пошта: [semerakvictor@gmail.com](mailto:semerakvictor@gmail.com)

Телефон: +380982664664

Викладач дисципліни: Семерак Віктор Михайлович, к.т.н., доцент кафедри фізики та інженерної механіки.

Доцент кафедри фізики та інженерної механіки Львівського національного університету природокористування, кандидат технічних наук, доцент. Викладач з 20-річним досвідом, автор та співавтор понад 100 наукових статей, 1 монографії, 45 навчально-методичних розробок.

Читає курси: Прикладна механіка та основи конструювання, Теоретична механіка, Інженерна механіка. Сфера наукових інтересів: дослідження напружено-деформованого стану пружних тіл, дослідження температури та зносу у трибосистемах.

ЛЬВІВ 2023

Назва дисципліни: Числові методи обчислювальної математики

Розробник: к.т.н., доцент кафедри фізики та інженерної механіки Семерак В.М.

### АНОТАЦІЯ КУРСУ

Навчальна дисципліна «Числові методи обчислювальної математики» є вибірковою навчальною дисципліною, що належить до циклу професійної підготовки, яка викладається в 1 семестрі в обсязі 3 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). Підсумковий контроль – іспит.

**Обсяг курсу** – 90 годин, з них 16 годин лекцій, 32 годин лабораторних занять та 42 години самостійної роботи.

**Пререквізити курсу** – Вища математика, Інформаційні технології.

**Постреквізити курсу** – Моделювання технологічних об'єктів, Аналіз, моделювання та проектування елементів та систем автоматизації в АПК.

### МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Метою** дисципліни «Числові методи обчислювальної математики» є засвоєння здобувачами вищої освіти математичного інструментарію, за допомогою якого математична задача формулюється у вигляді, зручному для розв'язання на комп'ютері, здобуття умінь програмно реалізувати алгоритми числових методів для моделювання та проектування елементів та систем автоматизації.

Основними **завданнями** дисципліни є ґрунтовне вивчення числових методів, набуття навичок програмно реалізувати алгоритми числових методів для успішного розв'язку професійні задачі моделювання та проектування елементів та систем автоматизації.

У результаті навчання здобувач вищої освіти набуде компетентностей:

- загальних – 1. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; 4. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій; 5. Здатність до пошуку, опрацювання та аналізу інформації з різних джерел.

- фахових – 1. Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації; 3. Здатність виконувати аналіз об'єктів автоматизації на основі знань про процеси, що в них відбуваються та застосовувати методи теорії автоматичного керування для дослідження, аналізу та синтезу систем автоматичного керування; 4. Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій; 6. Здатність використовувати для вирішення професійних завдань новітні технології у галузі автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій, зокрема, проектування багаторівневих систем керування, збору даних та їх архівування для формування бази даних параметрів процесу та їх візуалізації за допомогою засобів людино-машинного інтерфейсу; 9. Здатність вільно користуватись сучасними

комп'ютерними та інформаційними технологіями для вирішення професійних завдань, програмувати та використовувати прикладні та спеціалізовані комп'ютерно-інтегровані середовища для вирішення задач автоматизації.

**Програмні результати навчання.** За результатами курсу студенти зможуть:

ПРО1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

ПРО6. Вміти застосовувати методи системного аналізу, моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних та імітаційних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій.

ПРО12. Вміти використовувати різноманітне спеціалізоване програмне забезпечення для розв'язування типових інженерних задач у галузі автоматизації, зокрема, математичного моделювання, автоматизованого проектування, керування базами даних, методів комп'ютерної графіки.

### **Інформаційний обсяг навчальної дисципліни (зміст)**

Тема 1. Елементи теорії похибок.

Тема 2. Методи розв'язання нелінійних рівнянь.

Тема 3. Методи розв'язання систем лінійних рівнянь.

Тема 4. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь.

Тема 5. Наближення функцій.

Тема 6. Числове диференціювання.

Тема 7. Числове інтегрування.

Тема 8. Числові методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.

Тема 9. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.

## **ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ**

### **Формат курсу**

Вивчення дисципліни «Числові методи обчислювальної математики» відбувається у формі навчальних аудиторних занять, під час яких здобувачі вищої освіти отримують необхідні знання (лекції, лабораторні заняття, консультації) та виконання самостійної роботи в позааудиторний час.

Вкладанні лекційного матеріалу відбувається у формі лекцій-бесід і лекції-візуалізації. Лекція-бесіда забезпечує безпосередній контакт викладача з аудиторією і дає змогу привернути увагу слухачів до найбільш важливих питань теми лекції, визначити у процесі діалогу особливості сприйняття навчального матеріалу. Лекція-візуалізація – візуальна форма подачі лекційного матеріалу з розгорнутим або коротким коментуванням візуальних матеріалів, що переглядають технічними засобами навчання.

При проведенні лабораторних занять передбачено поєднання таких форм і методів навчання, як виконання індивідуального завдання із створення програм для технічних систем та дискусія.

Допускається проведення лекцій і лабораторних занять з використанням дистанційних методів навчання.

Консультації здійснюються у відведений для цього час, який доводиться до студентів на початку семестру. Вони, зокрема, використовуються для презентації виконаних студентом завдань у разі його відсутності на заняттях.

Самостійна робота передбачає виконання завдань практичного характеру, передбачених програмою курсу, що не завершені чи не можуть бути виконані в рамках аудиторних занять, самостійне вивчення окремих питань.

Студенти працюють з друкованим інформативним матеріалом або з матеріалом мережі Інтернет, виконують усні та письмові завдання, виступають з доповідями і презентаціями, підготовленими індивідуально. Програмою передбачено виконання завдань, пов'язаних з темою дисертаційного дослідження аспіранта.

Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. Відпрацювання пропущених занять здійснюється згідно з «Положенням про порядок відпрацювання студентами Львівського національного аграрного університету пропущених лекційних, практичних, лабораторних та семінарських занять». Студент представляє опрацьований практичний матеріал (виконане завдання) з відповідної теми.

Організація навчального процесу передбачає дотримання вимог академічної доброчесності. Письмові роботи студентів повинні відображати їх власні міркування, результати здійснених ними досліджень. Порушеннями академічної доброчесності під час вивчення дисципліни вважаються: академічний плагіат, фальсифікація, списування, обман, хабарництво, необ'єктивне оцінювання.

Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем.

## **ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **Тема 1. Елементи теорії похибок.**

Особливості чисельних методів. Основні поняття теорії похибок. Оцінка похибки результату основних арифметичних дій.

### **Тема 2. Методи розв'язання нелінійних рівнянь.**

Загальна постановка задачі. Аналітичний та графічний алгоритми відокремлення кореня. Метод ділення відрізка навпіл (метод діхотомії). Метод січних (метод хорд). Метод дотичних (метод Ньютона). Метод простої ітерації.

### **Тема 3. Методи розв'язання систем лінійних рівнянь.**

Огляд основних методів розв'язання систем лінійних рівнянь. Методи виключення Гауса, Жордана-Гауса, відображень. Методи прогонки. Метод Ха-

лецького. Збіжність ітераційного процесу. Норма вектора, матриці. Метод простої ітерації. Метод Зейделя.

#### **Тема 4. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь.**

Метод Ньютона. Метод простої ітерації. Метод найшвидшого спуску.

#### **Тема 5. Наближення функцій.**

Інтерполяція. Лінійна інтерполяція. Інтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ньютона. Нелінійна інтерполяція. Лінійна апроксимація. Нелінійна апроксимація.

#### **Тема 6. Числове диференціювання.**

Поліноміальні формули числового диференціювання. Симетричні формули числового диференціювання. Квазірівномірні сітки числового диференціювання.

#### **Тема 7. Числове інтегрування.**

Поліноміальні формули числового інтегрування: формула середніх. Поліноміальні формули числового інтегрування: формула трапецій. Поліноміальні формули числового інтегрування: формула парабол. Нестандартні квадратурні формули числового інтегрування.

#### **Тема 8. Числові методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.**

Обчислення диференційного рівняння методом Ейлера. Обчислення диференційного рівняння методом Рунге-Куты. Формули наближеного диференціювання, засновані на інтерполяційних формулах Ньютона. Формула наближеного диференціювання, заснована на інтерполяційній формулі Лагранжа. Розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

#### **Тема 9. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.**

Обчислення лінійної крайової задачі комбінуванням двох задач Коші. Обчислення крайової задачі для лінійного диференційного рівняння другого порядку методом прогону.

### **Програма лабораторних занять**

№ теми	Тема. Питання, що опрацьовуються	Кількість годин
1	<b>Елементи теорії похибок.</b> Особливості чисельних методів. Основні поняття теорії похибок. Пряма та обернена задача теорії похибок. Правило визначення значущих цифр наближеного числа. Оцінка похибки результату основних арифметичних дій. Похибки обчислень під час виконання арифметичних операцій з наближеними числами.	3
2	<b>Методи розв'язання нелінійних рівнянь.</b>	3

	Загальна постановка задачі. Аналітичний та графічний алгоритми відокремлення кореня. Теорема про загальну оцінку похибки наближеного значення кореня. Метод ділення відрізка навпіл (метод діхотомії). Метод січних (метод хорд). Метод дотичних (метод Ньютона). Теорема про достатні умови збіжності методу Ньютона. Метод простої ітерації. Теорема про достатні умови збіжності методу простої ітерації.	
3	<b>Методи розв'язання систем лінійних рівнянь.</b> Прямі методи розв'язання систем лінійних рівнянь. Методи виключення Гауса, Жордана-Гауса, відображень. Метод квадратних коренів. Метод декомпозиції. Методи прогонки. Теорема про коректність методу прогонки. Метод Халецького. Ітераційні методи розв'язання систем лінійних рівнянь. Збіжність ітераційного процесу. Норма вектора, матриці. Метод простої ітерації. Теорема про достатні умови збіжності методу простої ітерації для СЛАР. Теорема про необхідні умови збіжності методу простої ітерації для СЛАР. Метод Зейделя.	3
4	<b>Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь.</b> Метод Ньютона. Властивості матриці Якобі. Метод простої ітерації. Метод найшвидшого спуску. Теорема про достатні умови збіжності методу Ньютона для систем нелінійних рівнянь. Теорема про достатні умови збіжності методу простої ітерації для систем нелінійних рівнянь	3
5	<b>Наближення функцій.</b> Інтерполяція. Лінійна інтерполяція. Інтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ньютона. Нелінійна інтерполяція. Сплайн-інтерполяція. Інтерполяція функції двох змінних Середнє квадратичне наближення. Лінійна апроксимація. Рівномірне наближення. Нелінійна апроксимація.	4
6	<b>Числове диференціювання.</b> Поліноміальні формули числового диференціювання. Симетричні формули числового диференціювання. Правило Рунге. Квазірівномірні сітки числового диференціювання. Числове диференціювання швидкозмінних функцій. Регуляризація числового диференціювання.	4
7	<b>Числове інтегрування.</b> Поліноміальні формули числового інтегрування: формула середніх. Поліноміальні формули числового інтегрування: формула трапецій. Поліноміальні формули числового інтегрування: формула парабол. Правило Рунге. Квадратурна формула Гауса. Інтегрування за допомогою сплайнів.	4

	Вибір квадратурних формул та їх збіжність. Нестандартні квадратурні формули числового інтегрування. Нелінійні квадратурні формули. Змінна межа інтегрування. Невласні інтеграли. Кратні інтеграли.	
8	<b>Числові методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.</b> Обчислення диференційного рівняння методом Ейлера. Обчислення диференційного рівняння методом Рунге-Кута. Метод Пікара. Формули наближеного диференціювання, засновані на інтерполяційних формулах Ньютона. Формула наближеного диференціювання, заснована на інтерполяційній формулі Лагранжа. Розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Спеціальні методи.	4
9	<b>Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.</b> Балістичний метод. Обчислення лінійної крайової задачі комбінуванням двох задач Коші. Різницевий метод. Обчислення крайової задачі для лінійного диференційного рівняння другого порядку методом прогону.	4

### Завдання для самостійного вивчення в рамках дисципліни

#### Тема 1

Пряма та обернена задача теорії похибок. Оцінка похибки результату основних арифметичних дій. Похибки обчислень під час виконання арифметичних операцій з наближеними числами.

#### Тема 2

Аналітичний та графічний алгоритми відокремлення кореня. Теорема про загальну оцінку похибки наближеного значення кореня. Метод ділення відрізка навпіл (метод діхотомії). Метод січних (метод хорд). Метод дотичних (метод Ньютона). Теорема про достатні умови збіжності методу Ньютона. Метод простої ітерації. Теорема про достатні умови збіжності методу простої ітерації.

#### Тема 3

Прямі методи розв'язання систем лінійних рівнянь. Методи виключення Гауса, Жордана-Гауса, відображень. Метод квадратних коренів. Метод декомпозиції. Методи прогонки. Теорема про коректність методу прогонки. Метод Халецького. Ітераційні методи розв'язання систем лінійних рівнянь. Збіжність ітераційного процесу. Норма вектора, матриці. Метод простої ітерації. Теорема про достатні умови збіжності методу простої ітерації для СЛАР. Теорема про необхідні умови збіжності методу простої ітерації для СЛАР. Метод Зейделя.

#### Тема 4

Метод Ньютона. Властивості матриці Якобі. Метод простої ітерації. Метод найшвидшого спуску. Теорема про достатні умови збіжності методу Ньютона для систем нелінійних рівнянь. Теорема про достатні умови збіжності методу простої ітерації для систем нелінійних рівнянь

#### Тема 5

Інтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ньютона. Сплайн-інтерполяція. Інтерполяція функції двох змінних Середнє квадратичне наближення. Лінійна апроксимація. Рівномірне наближення. Нелінійна апроксимація.

#### Тема 6

Поліноміальні формули числового диференціювання. Симетричні формули числового диференціювання. Правило Рунге. Квазірівномірні сітки числового диференціювання. Числове диференціювання швидкозмінних функцій. Регуляризація числового диференціювання.

#### Тема 7

Поліноміальні формули числового інтегрування: формула середніх. Поліноміальні формули числового інтегрування: формула трапецій. Поліноміальні формули числового інтегрування: формула парабол. Правило Рунге. Квадратурна формула Гауса. Інтегрування за допомогою сплайнів. Вибір квадратурних формул та їх збіжність. Нестандартні квадратурні формули числового інтегрування. Нелінійні квадратурні формули. Змінна межа інтегрування. Невласні інтеграли. Кратні інтеграли.

#### Тема 8

Обчислення диференційного рівняння методом Ейлера. Обчислення диференційного рівняння методом Рунге-Кута. Метод Пікара. Формули наближеного диференціювання, засновані на інтерполяційних формулах Ньютона. Формула наближеного диференціювання, заснована на інтерполяційній формулі Лагранжа. Розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Спеціальні методи.

#### Тема 9

Балістичний метод. Обчислення лінійної крайової задачі комбінуванням двох задач Коші. Різницевий метод. Обчислення крайової задачі для лінійного диференційного рівняння другого порядку методом прогону.



## СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Номер теми	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	лаб	п.	інд.	С. р.		л	п	лаб.	інд.	С. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Рік підготовки <u>3</u> Семестр <u>6</u>						Рік підготовки <u>3</u> Семестр <u>6</u>						
<b>Числові методи обчислювальної математики</b>												
1Тема 1	5	1	3	-	-	1	6	1	-	1	-	4
Тема 2	5	1	3	-	-	1	6	1	-	1	-	4
Тема 3	6	2	3	-	-	1	6	1	-	1	-	4
Тема 4	6	2	3	-	-	1	7	1	-	1	-	5
Тема 5	7	2	4	-	-	1	7	1	-	1	-	5
Тема 6	7	2	4	-	-	1	8	1	-	1	-	6
Тема 7	8	2	4	-	-	2	7	-	-	1	-	6
Тема 8	8	2	4	-	-	2	7	-	-	1	-	6
Тема 9	8	2	4	-	-	2	6	-	-	-	-	6
Іспит	30	-	-	-	-	30	30	-	-	-	-	30
Разом за семестр	90	16	32		-	42	90	6	-	8	-	76

## РОЗПОДІЛ БАЛІВ, ЯКІ ОТРИМУЮТЬ СТУДЕНТИ

Поточне тестування та самостійна робота (разом 50 балів)									Підсумковий тест (екзамен)		Сума
Модуль 1									50 балів		100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9			
3	6	9	7	9	3	3	6	4			

T1, T2 ... T9 – теми

## МЕТОДИ КОНТРОЛЮ ТА ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ СТУДЕНТІВ МЕТОДИ НАВЧАННЯ

### Методи контролю

Для перевірки рівня засвоєння студентом матеріалу з наведеної дисципліни та сформованості в нього компетентностей застосовується комплекс методів контролю:

**МН1** – словесний метод (лекція, дискусія, співбесіда опитування (фронтальне, індивідуальне) тощо)

**МН2** – практичний метод (перевірка виконаних в аудиторії та поза аудиторією робіт (підготовлених програм, виконання практичної роботи, рішення професійних завдань)).

**МН3** – наочний метод (метод ілюстрацій і метод демонстрацій)

**МН4** – робота з навчально-методичною літературою (конспектування, тезування, анотування, рецензування, складання реферату)

**МН6** – самостійна робота (розв'язання завдань)

**МН7** – науково-дослідна робота здобувачів вищої освіти

Контроль здійснюється з дотриманням принципів: індивідуальний характер перевірки та оцінювання знань, систематичність, об'єктивність, умотивованість оцінок, вимогливість, єдність вимог.

## МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ

**МО1** – поточний контроль (експрес-опитування, усне опитування, поточний письмовий контроль, реферати, індивідуальні презентації, групове обговорення тощо)

**МО2** – підсумковий модульний контроль (тестування, розв'язання практичних завдань, виконання індивідуальних робіт, розв'язання виробничих ситуацій (кейсів) тощо)

**МО4** – залік

Рейтинг здобувача вищої освіти, бали	Оцінка національна за результати складання екзаменів
90-100	Відмінно
74-89	Добре
60-73	Задовільно
0-59	Незадовільно

## ПОЛІТИКА ОЦІНЮВАННЯ

<b>Політика щодо дедлайнів та перескладання:</b>	Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку. Перескладання модулів відбувається із дозволу викладачів, які забезпечують курс, за наявності поважних причин (наприклад, лікарняний).
<b>Політика щодо академічної доброчесності:</b>	Списування (копіювання тексту) під час виконання письмових контрольних робіт та екзаменів заборонені. Користування мобільними пристроями допускається лише з дозволу викладача під час онлайн-тестування та підготовки практичних завдань. Самостійні роботи у вигляді рефератів, доповідей, презентацій повинні мати коректні текстові посилання на використані інформаційні джерела.
<b>Політика щодо відвідування:</b>	Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування) навчання може відбуватись індивідуально в дистанційному режимі (у онлайн формі за погодженням із деканом факультету і лектором курсу).

## Рекомендована література

### Основна

1. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. – К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с.
2. Методи обчислень [Електронний ресурс]: уклад.: В. В. Третиник, Н. Д. Любашенко. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,94 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 138 с.

### Допоміжна

1. Мусіяка В.Г. Основи числових методів [Текст] підручник / В.Г. Мусіяка. — Дніпро : ЛІРА, 2017. - 256 с.
2. Гаєв Є.О., Нестеренко Б.М. Універсальний математичний пакет MatLab і типові задачі обчислювальної математики, К.: НАУ, 2004. – 176 с.
3. Пліс А.И., Слівіна Н.А. MathCad. Математичний практикум для інженерів та економістів. – М.:Фінанси та статистика, 2008. – 653с.

## 15. Інформаційні ресурси

1. Бібліотечно-інформаційні ресурси— книжковий фонд, періодика та фонди на електронних носіях бібліотеки ЛНАУ, державних органів науково-технічної інформації, наукових, науково-технічних бібліотек та інших наукових бібліотек України.
2. Електронні інформаційні ресурси мережі інтернет з переліком сайтів: [www.metanit.com](http://www.metanit.com) – сайт з програмування.